高三数学试卷参考答案(理科)

1. A 【解析】本题考查复数的四则运算,考查运算求解能力.

因为 $z=\frac{5-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(5-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=2-3\mathrm{i}$,所以 $\bar{z}=2+3\mathrm{i}$.

2. C 【解析】本题考查集合的交集运算,考查运算求解能力.

因为 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$,$B=\{x\mid \frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 6\}$,所以 $A\cup B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 6\}$.

3. D 【解析】本题考查三角恒等变换,考查运算求解能力.

$1-2\cos^2 67.5°=-(2\cos^2 67.5°-1)=-\cos 135°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. C 【解析】本题考查平面向量的线性运算以及夹角问题,考查运算求解能力.

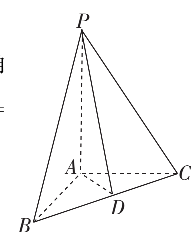
因为 $\boldsymbol{a}=(m,3)$,$\boldsymbol{b}=(3,-n)$,且 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(7,1)$,所以 $\begin{cases}m+6=7\\3-2n=1\end{cases}$,所以 $m=1$,$n=1$,则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=0$,

即 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$.

5. D 【解析】本题考查线性规划问题,考查数形结合的数学思想以及运算求解能力.

画出可行域(图略),由图可知,当直线 $z=y-x$ 过点$(-2,4)$时,z 取得最大值 6.

6. C 【解析】本题考查三视图以及二面角的余弦值,考查空间想象能力和运算求解能力.



三棱锥 $P-ABC$ 如图所示,作 $AD\perp BC$,垂足为 D,连接 PD,易知$\angle ADP$ 就是二面角 $A-BC-P$的平面角.因为 $PA\perp$平面 ABC,$AB=4$,$AC=3$,$PA=4$,所以 $BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$,$AD=\frac{12}{5}$,所以 $\tan\angle ADP=\frac{4}{\frac{12}{5}}=\frac{5}{3}$,从而 $\cos\angle ADP=\frac{3\sqrt{34}}{34}$.

7. A 【解析】本题考查随机抽样的知识,考查数据处理能力和应用意识.

设第 n 组抽到的号码是 a_n,则$\{a_n\}$构成以 80 为公差的等差数列,所以 $a_3=a_1+80\times 2=160+a_1$,$a_4=a_1+80\times 3=240+a_1$,所以 $a_3+a_4=2a_1+80\times 5=432$,解得 $a_1=16$,所以 $a_6=16+80\times 5=416$.

8. D 【解析】本题考查三角函数图象的性质,考查推理论证能力.

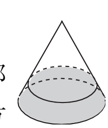
由题意得,$\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=(k+\frac{1}{2})T$,$k\in\mathbf{N}$,得 $T=\frac{\pi}{2k+1}$,故 $\omega=\frac{2\pi}{T}=4k+2$.因为 $0<\omega<6$,$k\in\mathbf{N}$,所以 $\omega=2$,从而 $f(\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{\pi}{3}+\varphi)=2$,得$\frac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$,因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,故 $\varphi=\frac{\pi}{6}$,所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$,令 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$,得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$,取 $k=-3$,得 $x=-\frac{4\pi}{3}$.

9. B 【解析】本题考查几何概型问题,考查数据处理能力和应用意识.

由题意可知:弓形的面积 $S_1=\frac{1}{2}\times 1\times(6+1)=\frac{7}{2}$.设圆的半径为 r,则 $r^2=(r-1)^2+3^2$,解得 $r=5$,所以

圆的面积 $S_2=3r^2=75$,所以质点落在弓形内的概率为 $P=\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{7}{2}}{75}=\frac{7}{150}$.

10. B 【解析】本题考查几何体的体积问题的应用,考查空间想象能力和运算求解能力.



由于时间刚好是 5 分钟,是总时间的一半,而沙子漏下来的速度是恒定的,所以漏下的沙子是全部沙子的一半,下方圆锥的空白部分就是上方圆锥中的沙子部分,所以可以单独研究下方圆锥,下方

圆锥被沙子的上表面分成体积相等的两部分，所以$\frac{V_{上}}{V_{全}}=\frac{1}{2}=\left(\frac{h_{上}}{h_{全}}\right)^3$，所以$\frac{h_{上}}{h_{全}}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$，所以$\frac{h_{上}}{h_{下}}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$.

11. A 【解析】本题考查直线与椭圆的位置关系以及直线的斜率，考查运算求解能力.

设直线 l：$y=k(x-2)(k\neq 0)$，代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$，得$(1+2k^2)x^2-8k^2x+8k^2-2=0$，

因为直线 l 与椭圆交于不同的两点 A,B，所以 $\Delta=64k^4-4(1+2k^2)(8k^2-2)>0$，解得$-\frac{\sqrt{2}}{2}<k<\frac{\sqrt{2}}{2}$且 $k\neq 0$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{8k^2-2}{1+2k^2}$，

$y_1y_2=k^2(x_1-2)(x_2-2)=k^2(\frac{8k^2-2}{1+2k^2}-\frac{16k^2}{1+2k^2}+4)=\frac{2k^2}{1+2k^2}$，

因为$\angle AOB$为钝角，所以 $x_1x_2+y_1y_2=\frac{8k^2-2}{1+2k^2}+\frac{2k^2}{1+2k^2}<0$，解得$-\frac{\sqrt{5}}{5}<k<\frac{\sqrt{5}}{5}$，$k\neq 0$.

综上所述：$k\in(-\frac{\sqrt{5}}{5},0)\cup(0,\frac{\sqrt{5}}{5})$.

12. C 【解析】本题考查利用导数研究函数的单调性和值域问题，考查推理论证能力和创新意识.

因为 $f(x)=3\ln x-\frac{1}{2}ax^2+(a-3)x+2a-1(a>0)$，定义域为$(0,+\infty)$，

所以 $f'(x)=\frac{3}{x}-ax+a-3=\frac{-ax^2+(a-3)x+3}{x}=\frac{(ax+3)(1-x)}{x}$，

当 $x>1$ 时，$f'(x)<0$；当 $0<x<1$ 时，$f'(x)>0$，

所以 $f(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，

$f(x)_{\max}=f(1)=\frac{5}{2}a-4$，即 $f(x)$的值域为$(-\infty,\frac{5}{2}a-4]$.

令 $f(x)=t$，则 $y=f(f(x))=f(t)$，$0<t\leqslant\frac{5}{2}a-4$，

所以 $f(t)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，

要使 $y=f(t)$的值域为$(-\infty,\frac{5}{2}a-4]$，

则$\frac{5}{2}a-4\geqslant 1$，所以 $a\geqslant 2$，

所以 a 的范围是$[2,+\infty)$.

13. 2 【解析】本题考查双曲线的渐近线和离心率，考查运算求解能力.

由$\frac{a}{b}=\tan\frac{\pi}{6}$，得$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，所以 $e=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=2$.

14. 0 【解析】本题考查二项式定理的应用，考查运算求解能力.

令 $x=-1$，可得 $a_0=0$；令 $x=1$，可得 $a_0+2a_1+2^2a_2+\cdots+2^{100}a_{100}=(1^2-1)^2(1+1)^{96}=0$，所以 $2a_1+2^2a_2+\cdots+2^{100}a_{100}=0$.

15. $\sqrt{2}$ 【解析】本题考查函数的奇偶性，考查运算求解能力.

因为函数 $f(x)=\log_2(\sqrt{x^2+a}-x)$是奇函数，所以 $f(0)=\log_2\sqrt{a}=0$，解得 $a=1$. 所以 $g(-1)=\log_2(\sqrt{2}+1)>0$，$g(g(-1))=\sqrt{2}$.

16. $(\sqrt{3},3)$ 【解析】本题考查正、余弦定理的应用，考查转化与化归的数学思想.

由题意得，$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{abc+3-3}{2bc}=\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故 $A=\frac{\pi}{6}$，$B+C=\frac{5\pi}{6}$，

由正弦定理,得$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}=2\sqrt{3}$,所以 $b=2\sqrt{3}\sin B$,$c=2\sqrt{3}\sin C$,

所以$\sqrt{3}c-b=6\sin C-2\sqrt{3}\sin(\frac{5\pi}{6}-C)=3\sin C-\sqrt{3}\cos C=2\sqrt{3}\sin(C-\frac{\pi}{6})$.

因为 $B=\frac{5\pi}{6}-C<\frac{\pi}{2}$,所以$\frac{\pi}{3}<C<\frac{\pi}{2}$,从而$\frac{\pi}{6}<C-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}$,所以$\frac{1}{2}<\sin(C-\frac{\pi}{6})<\frac{\sqrt{3}}{2}$,

从而$\sqrt{3}<2\sqrt{3}\sin(C-\frac{\pi}{6})<3$,即$\sqrt{3}<\sqrt{3}c-b<3$.

17.解:(1)易得方程 $x^2-6x-7=0$ 的两根为-1和 7,因为 $d>0$,所以 $a_3=-1$,$a_7=7$, ………………… 2 分

所以 $d=\frac{a_7-a_3}{7-3}=2$,所以 $a_n=a_3+2(n-3)=2n-7$. ………………… 3 分

当 $n=1$ 时,由 $2S_n+b_n=1$,得 $b_1=\frac{1}{3}$; ………………… 4 分

当 $n\geqslant 2$ 时,可得 $2S_{n-1}+b_{n-1}=1$,两式相减得 $3b_n-b_{n-1}=0$,即$\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{1}{3}$. ………………… 5 分

所以 $b_n=b_1\cdot q^{n-1}=\frac{1}{3}\cdot(\frac{1}{3})^{n-1}=\frac{1}{3^n}$. ………………… 6 分

(2)由(1)得,$c_n=\frac{2n-7}{3^n}$,

所以 $T_n=\frac{-5}{3^1}+\frac{-3}{3^2}+\frac{-1}{3^3}+\cdots+\frac{2n-7}{3^n}$,

$\frac{1}{3}T_n=\frac{-5}{3^2}+\frac{-3}{3^3}+\cdots+\frac{2n-9}{3^n}+\frac{2n-7}{3^{n+1}}$, ………………… 8 分

两式相减得,$\frac{2}{3}T_n=-\frac{5}{3}+2\times\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)-\frac{2n-7}{3^{n+1}}$,

$=-\frac{5}{3}+\frac{\frac{2}{9}\cdot(1-\frac{1}{3^{n-1}})}{1-\frac{1}{3}}-\frac{2n-7}{3^{n+1}}=-\frac{4}{3}-\frac{2n-4}{3^{n+1}}$

所以 $T_n=-2+\frac{2-n}{3^n}$. ………………… 10 分

当 $n=1$ 时,$T_1=-\frac{5}{3}$;当 $n=2$ 时,$T_2=-2$;当 $n\geqslant 3$ 时,因为$\frac{2-n}{3^n}<0$,所以 $T_n<-2$,

所以 T_n 的最大值为 $T_1=-\frac{5}{3}$, ………………… 11 分

从而$-\frac{5}{3}<\frac{k}{3}$,得 $k>-5$,所以整数 k 的最小值为-4. ………………… 12 分

评分细则:

(1)第(1)问中两个通项公式的求解不分先后顺序,平均各占 3 分. 其中对于数列$\{a_n\}$,若忽视 $d>0$,而求得两个通项公式,扣 1 分;对于数列$\{b_n\}$,若利用 $2S_{n+1}+b_{n+1}=1$,得到$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{1}{3}$也视为正确,且不需要注释 $n\geqslant 2$;

(2)第(2)问侧重于考察"错位相减法"数列求和. ①只写出 c_n、T_n 的表达式,不给分;②对于"当 $n=1$ 时,$T_1=-\frac{5}{3}$;当 $n=2$ 时,$T_2=-2$;当 $n\geqslant 3$ 时,因为$\frac{2-n}{3^n}<0$,所以 $T_n<-2$,所以 T_n 的最大值为 $T_1=-\frac{5}{3}$"这部分解析,如果简答为"易得 T_n 的最大值为 $T_1=-\frac{5}{3}$"不扣分,仍给 1 分.

18.解:(1)按分层抽样的方法抽取的 8 人中,

年龄在[20,30)内的人数为 $\frac{0.005}{0.005+0.010+0.025}\times8=1$ 人，…………………………… 1 分

年龄在[30,40)内的人数为$\frac{0.010}{0.005+0.010+0.025}\times8=2$ 人，…………………………… 2 分

年龄在[40,50)内的人数为$\frac{0.025}{0.005+0.010+0.025}\times8=5$ 人. …………………………… 3 分

所以 X 的可能取值为 0,1,2,

所以 $P(X=0)=\frac{C_6^3C_2^0}{C_8^3}=\frac{5}{14}$, …………………………… 4 分

$P(X=1)=\frac{C_6^2C_2^1}{C_8^3}=\frac{15}{28}$, …………………………… 5 分

$P(X=2)=\frac{C_6^1C_2^2}{C_8^3}=\frac{3}{28}$, …………………………… 6 分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

$EX=0\times\frac{5}{14}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{3}{28}=\frac{3}{4}$. …………………………… 7 分

(2)设在抽取的 20 名市民中，年龄在[30,50)内的人数为 X，X 服从二项分布. 由频率分布直方图可知，年龄在[30,50)内的频率为$(0.010+0.025)\times10=0.35$,

所以 $X\sim B(20,0.35)$, …………………………… 8 分

所以 $P(X=k)=C_{20}^k(0.35)^k(1-0.35)^{20-k}(k=0,1,2,\cdots,20)$. …………………………… 9 分

设 $t=\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=\frac{C_{20}^k(0.35)^k(1-0.35)^{20-k}}{C_{20}^{k-1}(0.35)^{k-1}(1-0.35)^{21-k}}=\frac{7(21-k)}{13k}(k=1,2,\cdots,20)$, …………………… 10 分

若 $t>1$，则 $k<7.35$，$P(X=k-1)<P(X=k)$；

若 $t<1$，则 $k>7.35$，$P(X=k-1)>P(X=k)$. …………………………… 11 分

所以当 $k=7$ 时，$P(X=k)$最大，即当 $P(X=k)$最大时，$k=7$. …………………………… 12 分

评分细则：

(1)第(1)问，每算出一个区间段内的人数得 1 分，没有写“X 的可能取值为 0,1,2”不扣分，$P(X=0)$、$P(X=1)$、$P(X=2)$中每算出一个得 1 分，第(1)问完全正确共得 7 分；

(2)第(2)问，计算出年龄在[30,50)的概率为 0.35 得 1 分，写出 $P(X=k)=C_{20}^k(0.35)^k(1-0.35)^{20-k}(k=0,1,2,\cdots,20)$再得 1 分，写出比值 $t=\frac{P(X=k)}{P(X=k-1)}=\frac{7(21-k)}{13k}(k=1,2,\cdots,20)$得 1 分，直到全部正确解完本题共得 12 分；

(3)若用其他解法，参照评分标准踩点给分.

19.(1)证明：连接 BC_1 交 B_1C 于点 E，连接 DE，因为四边形 BB_1C_1C 是矩形，所以点 E 是 BC_1 的中点，…………………………………………………… 2 分

又点 D 为 AB 的中点，所以 DE 是$\triangle ABC_1$ 的中位线，所以 $DE/\!/AC_1$. …………………………… 4 分

因为 $DE\subset$平面 B_1CD，$AC_1\not\subset$平面 B_1CD,

所以 $AC_1/\!/$平面 B_1CD. …………………………… 5 分

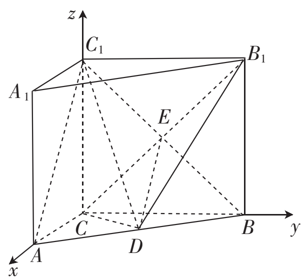
(2)解：由 $AB=2$，$AC=1$，$\angle ABC=30^\circ$，可得 $AC\perp BC$, …………………………… 6 分

分别以 CA，CB，CC_1 所在直线为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示的空间直角坐标系 $C-xyz$,

则有 $C(0,0,0)$，$B_1(0,\sqrt{3},\sqrt{3})$，$D(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0)$，$C_1(0,0,\sqrt{3})$， ………………………………………… 7 分

所以$\overrightarrow{DC_1}=(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CB_1}=(0,\sqrt{3},\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CD}=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0)$， ………………………… 8 分

设直线 DC_1 与平面 B_1CD 所成角为θ，平面 B_1CD 的法向量为$\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，



则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CB_1}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\sqrt{3}y+\sqrt{3}z=0\\ \frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y=0\end{cases}$，令 $z=1$，得 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},-1,1)$， ………………………… 10 分

所以 $\sin\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\overrightarrow{DC_1}\rangle|=\dfrac{|-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+3}\times\sqrt{3+1+1}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{10}$. ………………… 12 分

评分细则：

(1)第(1)问中，也可以先建立空间直角坐标系，用向量方法证明，用面面平行推出线面平行的方法证明等等，不管用哪种方法，证出得 5 分；

(2)第(2)问，建立空间直角坐标系，写出相关点的坐标，得 2 分，计算出相关向量坐标得 1 分，计算出平面的法向量得 2 分；

(3)若用传统做法，作出线面角得 1 分，简单证明得 2 分，整个题完全正确得满分.

20. 解：(1)将 $P(a,4)$代入抛物线的方程 $y^2=2px$，得 $a=\frac{8}{p}$，所以 $P(\frac{8}{p},4)$， ………………………… 1 分

因为$|PF|=5$，所以$\frac{8}{p}+\frac{p}{2}=5$，整理得 $p^2-10p+16=0$， ………………………………… 3 分

解得 $p=2$ 或 $p=8$，

当 $p=2$ 时，$P(4,4)$，满足$|OP|>5$；当 $p=8$ 时，$P(1,4)$，$|OP|<5$，…………………………………… 4 分

所以抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$. ……………………………………………………………………… 5 分

(2)由题设知 l 与坐标轴不垂直，可设 $l:x=my+1(m\neq0)$，代入 $C:y^2=4x$，得 $y^2-4my-4=0$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4$，

故 AB 的中点为$D(2m^2+1,2m)$，$|AB|=\sqrt{m^2+1}\,|y_1-y_2|=4(m^2+1)$. ………………………… 7 分

又因为 $l\perp MN$，所以 MN 的斜率为$-m$，MN 过 AB 的中点 $D(2m^2+1,2m)$，

所以 MN 的方程为 $y-2m=-m(x-2m^2-1)$，即 $x=-\frac{1}{m}y+2m^2+3$. ………………………… 8 分

将上式代入 $C:y^2=4x$，并整理得 $y^2+\frac{4}{m}y-4(2m^2+3)=0$.

设 $M(x_3,y_3)$，$N(x_4,y_4)$，则 $y_3+y_4=-\frac{4}{m}$，$y_3y_4=-4(2m^2+3)$，故 MN 的中点为 $H(\frac{2}{m^2}+2m^2+3,-\frac{2}{m})$，

$|MN|=\sqrt{\frac{1}{m^2}+1}\cdot|y_3-y_4|=\dfrac{4(m^2+1)\sqrt{2m^2+1}}{m^2}$. ……………………………………… 10 分

因为 MN 是直径，所以 MN 垂直平分 AB，

所以 A,M,B,N 四点在同一圆上等价于 $|AH|=|BH|=\frac{1}{2}|MN|$,

所以 $\frac{1}{4}|AB|^2+|DH|^2=\frac{1}{4}|MN|^2$,

即 $4(m^2+1)^2+[(2m+\frac{2}{m})^2+(\frac{2}{m^2}+2)^2]=\frac{4(m^2+1)^2(2m^2+1)}{m^4}$, …………………………………… 11 分

化简得 $m^2-1=0$,解得 $m=1$ 或 $m=-1$,

所以 $l:x-y-1=0$ 或 $x+y-1=0$. …………………………………………………………………… 12 分

评分细则:

(1)第(1)问,只要算出 $a=\frac{8}{p}$ 得 1 分,列出 $\frac{8}{p}+\frac{p}{2}=5$ 又得 1 分,第(1)问求出 $p=2$ 或 $p=8$ 没有舍去其中一个不符合条件的扣 1 分,本问全部正确解完共得 5 分;

(2)第(2)问,不管是设 $l:x=my+1$,还是 $l:y=k(x-1)(k\neq 0)$,只要是对 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$写出了韦达定理得 2 分,对 $M(x_3,y_3)$,$N(x_4,y_4)$同样正确写出韦达定理又得 2 分,只求出一条直线的方程扣 1 分;

(3)若用其他解法,参照评分标准踩点给分.

21. 解:(1) $f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$,$f'(x)=ae^{2x}-(a+3)e^x+3=(ae^x-3)(e^x-1)$. ……………… 2 分

①当 $a\leqslant 0$ 时,$ae^x-3<0$,令 $f'(x)<0$,得 $x>0$;令 $f'(x)>0$,得 $x<0$,

所以 $f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增,$(0,+\infty)$上单调递减. ………………………………………………… 3 分

②当 $a>0$ 时,$f'(x)=(ae^x-3)(e^x-1)=a(e^x-\frac{3}{a})(e^x-1)$,

(ⅰ)当$\frac{3}{a}=1$,即 $a=3$ 时,因为 $f'(x)=3(e^x-1)^2\geqslant 0$,所以在$(-\infty,+\infty)$上单调递增;……………… 4 分

(ⅱ)当 $0<\frac{3}{a}<1$,即 $a>3$ 时,因为 $f'(x)=a(e^x-\frac{3}{a})(e^x-1)$,

所以 $f(x)$在$(-\infty,\ln\frac{3}{a})$上单调递增,在$(\ln\frac{3}{a},0)$上单调递减,在$(0,+\infty)$上单调递增; …………… 5 分

(ⅲ)当$\frac{3}{a}>1$,即 $0<a<3$ 时,因为 $f'(x)=a(e^x-\frac{3}{a})(e^x-1)$,

所以 $f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增,在$(0,\ln\frac{3}{a})$上单调递减,在$(\ln\frac{3}{a},+\infty)$上单调递增. …………… 6 分

(2)由(1)知当 $a\leqslant 0$ 时,$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增,在$(0,+\infty)$上单调递减,

要使 $f(x)$有两个零点,只要 $f(0)=-\frac{a}{2}-3>0$,所以 $a<-6$.(因为当 $x\to+\infty$时,$f(x)\to-\infty$,当 $x\to-\infty$时,$f(x)\to-\infty$) ……………………………………………………………………………… 8 分

下面我们讨论当 $a>0$ 时的情形:

(ⅰ)当$\frac{3}{a}=1$,即 $a=3$ 时,$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增,不可能有两个零点; ………………………… 9 分

(ⅱ)当 $0<\frac{3}{a}<1$,即 $a>3$ 时,因为 $f'(x)=a(e^x-\frac{3}{a})(e^x-1)$,

所以 $f(x)$在$(-\infty,\ln\frac{3}{a})$上单调递增,在$(\ln\frac{3}{a},0)$上单调递减,在$(0,+\infty)$上单调递增;

因为 $f(0)=-\frac{a}{2}-3<0$,$\ln\frac{3}{a}<0$,所以 $f(\ln\frac{3}{a})=-\frac{9}{2a}-3+3\ln\frac{3}{a}<0$,$f(x)$没有两个零点; …… 10 分

(ⅲ)当$\frac{3}{a}>1$,即 $0<a<3$ 时,因为 $f'(x)=a(e^x-\frac{3}{a})(e^x-1)$,

所以 $f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增,在$(0,\ln\frac{3}{a})$上单调递减,在$(\ln\frac{3}{a},+\infty)$上单调递增,

$f(0)=-\frac{a}{2}-3<0$,$f(\ln\frac{3}{a})=-\frac{9}{2a}-3+3\ln\frac{3}{a}<0$,$f(x)$没有两个零点. ……………………… 11 分

综上所述：当 $a<-6$ 时，$f(x)$ 有两个零点. …………………………………………………………… 12 分

评分细则：

(1)在第(1)问中，如果求导后的式子正确，没有进行因式分解可不扣分，后面的分类讨论每缺少一种分类情况扣 1 分；

(2)第(1)问中，解题过程中没有写出单调区间，只是用不等式表示的可不扣分；

(3)第(2)问中能够利用数形结合得出正确答案不扣分，分类讨论每缺少一种分类情况扣 1 分.

22. 解：(1)将 $\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$ 消去参数，得曲线 C_1 的直角坐标方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$， ………………………… 2 分

将 $\rho\sin(\frac{\pi}{6}-\theta)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 展开整理，得 $\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta=\sqrt{3}$， ………………………………………… 4 分

因为 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，

所以曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x-\sqrt{3}y-\sqrt{3}=0$. ………………………………………………………… 5 分

(2)由(1)知曲线 C_2 是过定点 $(\sqrt{3},0)$ 的直线，因为点 $(\sqrt{3},0)$ 在曲线 C_1 的内部，所以曲线 C_1 与曲线 C_2 相交. ……… 6 分

将 $x=\sqrt{3}y+\sqrt{3}$ 代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 并整理，得 $7y^2+6y-1=0$， ………………………………………………… 8 分

设曲线 C_1，C_2 的两交点为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=-\frac{6}{7}$，$y_1\cdot y_2=-\frac{1}{7}$， ……………………… 9 分

故曲线 C_1，C_2 两交点间的距离 $|AB|=\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1\cdot y_2}=\frac{16}{7}$. ………………… 10 分

评分细则：

(1)第(1)问的答案中，对于“$\rho\sin(\frac{\pi}{6}-\theta)=\frac{\sqrt{3}}{2}$”的整理，若与参考答案不一致，但正确且“$x-\sqrt{3}y-\sqrt{3}=0$”该方程未出错，仍然得满步骤分；

(2)第(2)问的答案中，第一步，若未解释原因，只说明相交关系，扣 1 分.

23. 解：(1)当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+2|+|x-1|$，原不等式可化为 $2|x+2|+|x-1|\geqslant 4$， ① ………… 1 分

当 $x\leqslant -2$ 时，不等式①可化为 $-2x-4-x+1\geqslant 4$，解得 $x\leqslant -\frac{7}{3}$，此时 $x\leqslant -\frac{7}{3}$； …………………… 2 分

当 $-2<x<1$ 时，不等式①可化为 $2x+4-x+1\geqslant 4$，解得 $x\geqslant -1$，此时 $-1\leqslant x<1$； ………………… 3 分

当 $x\geqslant 1$ 时，不等式①可化为 $2x+4+x-1\geqslant 4$，解得 $x\geqslant\frac{1}{3}$，此时 $x\geqslant 1$， ……………………………… 4 分

综上，原不等式的解集为 $(-\infty,-\frac{7}{3}]\cup[-1,+\infty)$. ………………………………………………………… 5 分

(2)由题意得，$f(x)=|x+2a|+|x-a|\geqslant|(x+2a)-(x-a)|=3a$， ……………………………………… 7 分

因为 $f(x)$ 的最小值为 t，所以 $t=3a$，由 $3a+3b=3$，得 $a+b=1$， ………………………………………… 8 分

所以 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})\cdot(a+b)=3+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}\geqslant 3+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{2a}{b}}=3+2\sqrt{2}$， ……………………… 9 分

当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{2a}{b}$，即 $a=\sqrt{2}-1$，$b=2-\sqrt{2}$ 时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值为 $3+2\sqrt{2}$. ……………………… 10 分

评分细则：

(1)分类讨论不分先后顺序，每答对一种情况得 1 分，最终的答案未写成解集形式，不扣分；

(2)在第(2)问中，不管用哪种方法，计算出 $f(x)_{\min}=3a$，都可得到该步骤分 2 分，算出了 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值为 $3+2\sqrt{2}$，未写出等号成立的条件，扣 1 分.