

高三数学试卷参考答案(文科)

1. A 【解析】本题考查复数的四则运算,考查运算求解能力.

$$\frac{5-i}{1+i} = \frac{(5-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 2-3i.$$

2. B 【解析】本题考查集合的交集运算,考查运算求解能力.

因为 $A = \{x | 3 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x | \frac{1}{2} \leq x \leq 6\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 3 \leq x \leq 6\}$.

3. C 【解析】本题考查三角恒等变换,考查运算求解能力.

$$1 - 2\cos^2 67.5^\circ = -(2\cos^2 67.5^\circ - 1) = -\cos 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

4. C 【解析】本题考查平面向量的线性运算以及垂直问题,考查运算求解能力.

因为 $a+2b = (7, 1)$, 所以 $\begin{cases} m+6=7 \\ 3-2n=1 \end{cases}$, 得 $m=n=1$, 所以 $mn=1$.

5. D 【解析】本题考查空间中点、线、面的位置关系,考查空间想象能力和推理论证能力.

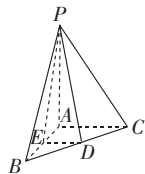
选项 A、B、C 的条件都不能得到直线 $m \perp$ 平面 β , 而补充选项 D 后, 可以得到直线 $m \perp$ 平面 β , 理由是: 若两平面垂直, 则一个平面内垂直于交线的直线垂直于另一个平面.

6. B 【解析】本题考查线性规划问题,考查数形结合的数学思想以及运算求解能力.

画出可行域(图略), 由图可知, 当直线 $z=y-x$ 过点 $(2, -1)$ 时, z 取得最小值 -3 .

7. D 【解析】本题考查三视图以及异面直线所成的角的正切值,考查空间想象能力和运算求解能力.

三棱锥 $P-ABC$ 如图所示, 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E , 连接 PE , 易知 $\angle EDP$ 就是直线 PD 与 AC 所成的角. 因为 $PA \perp$ 平面 ABC , $AB=4$, $AC=3$, $PA=4$, 所以 $DE = \frac{3}{2}$, $PE = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.



因为 $AC \perp$ 平面 PAB , 所以 $DE \perp$ 平面 PAB , 所以 $\tan \angle EDP = \frac{2\sqrt{5}}{\frac{3}{2}} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.

8. C 【解析】本题考查函数的图象和性质,考查推理论证能力.

由 $4x^2 - 1 > 0$, 得 $x > \frac{1}{2}$ 或 $x < -\frac{1}{2}$, 即 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$, 因为 $f(-x) = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数, 排除 A、B 选项; 又当 $4x^2 - 1 > 1$ 即 $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 排除选项 D, 故选 C.

9. A 【解析】本题考查几何概型问题,考查数据处理能力和应用意识.

由题意可知: 弓形的面积 $S_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (6+1) = \frac{7}{2}$. 设圆的半径为 r , 则 $r^2 = (r-1)^2 + 3^2$, 解得 $r=5$, 所以

圆的面积 $S_2 = 3r^2 = 75$, 所以质点落在弓形内的概率为 $P = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{7}{2}}{75} = \frac{7}{150}$.

10. D 【解析】本题考查几何体的体积问题的应用,考查空间想象能力和运算求解能力.

由于时间刚好是 5 分钟, 是总时间的一半, 而沙子漏下来的速度是恒定的, 所以漏下的沙子是全部沙子的一半, 下方圆锥的空白部分就是上方圆锥中的沙子部分, 所以可以单独研究下方圆锥, 下方圆锥被沙子的上表面分成体积相等的两部分, 所以 $\frac{V_{\text{上}}}{V_{\text{全}}} = \frac{1}{2} = \left(\frac{h_{\text{上}}}{h_{\text{全}}}\right)^3$, 所以 $\frac{h_{\text{上}}}{h_{\text{全}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, 所以 $\frac{h_{\text{上}}}{h_{\text{下}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$.



11. B 【解析】本题考查直线与椭圆的位置关系以及直线的斜率,考查运算求解能力.

设直线 $l: y=k(x-2)$ ($k \neq 0$), 代入 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 得 $(1+2k^2)x^2 - 8k^2x + 8k^2 - 2 = 0$,

因为直线 l 与椭圆交于不同的两点 A、B, 所以 $\Delta = 64k^4 - 4(1+2k^2)(8k^2-2) \geq 0$, 解得 $-\frac{\sqrt{2}}{2} < k < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 且 $k \neq 0$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{1+2k^2}, x_1 x_2 = \frac{8k^2-2}{1+2k^2}$,

$$y_1 y_2 = k^2(x_1 - 2)(x_2 - 2) = k^2\left(\frac{8k^2-2}{1+2k^2} - \frac{16k^2}{1+2k^2} + 4\right) = \frac{2k^2}{1+2k^2},$$

因为 $\angle AOB$ 为钝角, 所以 $x_1 x_2 + y_1 y_2 = \frac{8k^2-2}{1+2k^2} + \frac{2k^2}{1+2k^2} < 0$, 解得 $-\frac{\sqrt{5}}{5} < k < \frac{\sqrt{5}}{5}, k \neq 0$.

综上所述: $k \in (-\frac{\sqrt{5}}{5}, 0) \cup (0, \frac{\sqrt{5}}{5})$.

12. D 【解析】本题考查三角函数的图象与性质以及函数零点问题, 考查推理论证能力.

由题意得 $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = (k + \frac{1}{2})T, k \in \mathbf{N}$, 得 $T = \frac{\pi}{2k+1}$, 故 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4k+2$, 因为 $0 < \omega < 6, k \in \mathbf{N}$, 所以 $\omega = 2$.

由 $f(\frac{\pi}{6}) = 2\sin(\frac{\pi}{3} + \varphi) = 2$, 得 $\frac{\pi}{3} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, 因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, 故 $\varphi = \frac{\pi}{6}$, 所以 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$, 从而

当 $x \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$ 时, $-\frac{5\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6}$, 令 $t = 2x + \frac{\pi}{6}$, 则由题意得 $2\sin t - m = 0$ 在 $t \in [-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 上有唯

一解, 故由正弦函数图象可得 $\frac{m}{2} = -1$ 或 $-\frac{1}{2} < \frac{m}{2} \leq \frac{1}{2}$, 解得 $m \in \{-2\} \cup (-1, 1]$.

13. 1 【解析】本题考查函数的奇偶性, 考查运算求解能力.

因为函数 $f(x) = \log_2(\sqrt{x^2+1} - x)$ 是奇函数, 所以 $f(0) = \log_2 \sqrt{a} = 0$, 解得 $a = 1$. 所以 $f(x) =$

$$\log_2(\sqrt{x^2+1} - x), f(-\frac{3}{4}) = 1.$$

14. 2 【解析】本题考查双曲线的渐近线和离心率, 考查运算求解能力.

因为一条渐近线的倾斜角是 $\frac{\pi}{3}$, 所以 $\frac{b}{a} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, 所以 $e = \sqrt{1 + (\frac{b}{a})^2} = 2$.

15. $\frac{25}{14}$ 【解析】本题考查导数的几何意义, 考查运算求解能力.

因为 $y = x \ln x + 2x^3$, 所以 $y' = \ln x + 1 + 6x^2$, 所以在点 $P(1, 2)$ 处的切线斜率为 $k = 7$, 切线 l 的方程为 $y - 2 =$

$7(x - 1)$, 即 $y = 7x - 5$, 在 x, y 轴上的截距分别为 $\frac{5}{7}$ 和 -5 , 所以 l 与坐标轴围成的三角形面积 $S = \frac{1}{2} \times$

$$\frac{5}{7} \times 5 = \frac{25}{14}.$$

16. $(\sqrt{3}, 3)$ 【解析】本题考查正、余弦定理的应用, 考查转化与化归的数学思想.

由题意得, $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{abc + 3 - 3}{2bc} = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故 $A = \frac{\pi}{6}, B + C = \frac{5\pi}{6}$,

由正弦定理, 得 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} = 2\sqrt{3}$, 所以 $b = 2\sqrt{3} \sin B, c = 2\sqrt{3} \sin C$,

所以 $\sqrt{3}c - b = 6\sin C - 2\sqrt{3} \sin(\frac{5\pi}{6} - C) = 3\sin C - \sqrt{3} \cos C = 2\sqrt{3} \sin(C - \frac{\pi}{6})$.

因为 $B = \frac{5\pi}{6} - C < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\frac{\pi}{3} < C < \frac{\pi}{2}$, 从而 $\frac{\pi}{6} < C - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3}$, 所以 $\frac{1}{2} < \sin(C - \frac{\pi}{6}) < \frac{\sqrt{3}}{2}$,

从而 $\sqrt{3} < 2\sqrt{3} \sin(C - \frac{\pi}{6}) < 3$, 即 $\sqrt{3} < \sqrt{3}c - b < 3$.

17. 解: (1) 设公比为 q , 由 $4(a_3 - a_2) = a_1 - 6$, 得 $4(6q - 6) = 6q^2 - 6$, 2 分

化简得 $q^2 - 4q + 3 = 0$, 解得 $q = 3$ 或 $q = 1$, 4 分

因为等比数列 $\{a_n\}$ 是递增的, 所以 $q = 3, a_1 = 2$, 5 分

所以 $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ 6 分

(2) 由 (1) 得 $b_n = 2 \times 3^{n-1} + 2n - 1$, 7 分

所以 $S_n = (2 + 6 + 18 + \cdots + 2 \times 3^{n-1}) + (1 + 3 + 5 + \cdots + 2n - 1)$, 9 分

则 $S_n = \frac{2 \times (1 - 3^n)}{1 - 3} + \frac{n(1 + 2n - 1)}{2}$, 11 分

所以 $S_n = 3^n - 1 + n^2$ 12 分

评分细则:

- (1)第(1)问只要算出 $q=3$ 或 $q=1$,就得 4 分.若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式写出两个而没有舍去 $a_n=6$,扣 1 分;
 (2)第(2)问,只要写出 $S_n=(2+6+18+\cdots+2\times 3^{n-1})+(1+3+5+\cdots+2n-1)$ 这一步就得 9 分,写到 $S_n=\frac{2\times(1-3^n)}{1-3}+\frac{n(1+2n-1)}{2}$ 这一步就得 11 分;
 (3)若写出 $S_n=(2+6+18+\cdots+2\times 3^{n-1})+(2+4+6+\cdots+2n)-n$ 也给 9 分,其它各步踩点给分.

18. 解:(1)使用了新技术后的 10 棵脐橙树的年产量的平均值为

$$\bar{x}_1=\frac{1}{10}\times(40+40+35+50+55+45+42+50+51+42)=45\text{kg}, \quad \cdots \cdots 3 \text{ 分}$$

故可估计该基地使用了新技术后,平均 1 棵脐橙树的产量为 45kg. $\cdots \cdots 4$ 分

(2)未使用新技术的 10 棵脐橙树的年产量的平均值为

$$\bar{x}_2=\frac{1}{10}\times(30+32+30+40+40+35+36+45+42+30)=36\text{kg}, \quad \cdots \cdots 7 \text{ 分}$$

故估计该基地使用了新技术后,脐橙年总产量比未使用新技术将增产 $(45-36)\times 20\times 50=9000\text{kg}$. $\cdots \cdots 9$ 分

(3)未使用新技术时的脐橙销售总收入为 $36\times 50\times 20\times 10=36\times 10^4$ 元 $=36$ 万元, $\cdots \cdots 10$ 分

使用了新技术后的脐橙销售总收入为 $45\times 50\times 20\times 9=40.5\times 10^4$ 元 $=40.5$ 万元, $\cdots \cdots 11$ 分

故估计该基地使用新技术后脐橙年总收入比原来增加的百分数为 $\frac{40.5-36}{36}\times 100\%=12.5\%$. $\cdots \cdots 12$ 分

评分细则:

(1)前两问每计算正确一个平均值值得 3 分;

(2)第(3)问不分别求两个总收入,直接列式求百分数结果错误没有过程分,另外 $\frac{45\times 9-36\times 10}{36\times 10}=12.5\%$ 是简便方法.

19. (1)证明:连接 BC_1 交 B_1C 于点 E ,连接 DE ,因为四边形 BB_1C_1C 是矩形,所以点 E 是 BC_1 的中点, $\cdots \cdots 2$ 分

又点 D 为 AB 的中点,所以 DE 是 $\triangle ABC_1$ 的中位线,所以 $DE\parallel AC_1$. $\cdots \cdots 4$ 分

因为 $DE\subset$ 平面 B_1CD , $AC_1\not\subset$ 平面 B_1CD ,

所以 $AC_1\parallel$ 平面 B_1CD . $\cdots \cdots 6$ 分

(2)解:取 BC 中点 F ,连接 DF ,则 $DF\parallel AC$, $\cdots \cdots 7$ 分

又因为 $AB=2$, $AC=1$, $\angle ABC=30^\circ$,

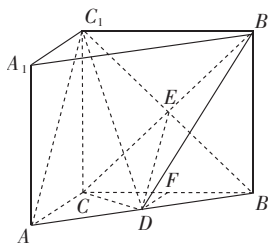
所以 $\frac{1}{\sin 30^\circ}=\frac{2}{\sin\angle ACB}$,解得 $\sin\angle ACB=1$,即 $AC\perp BC$. $\cdots \cdots 8$ 分

又三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱,所以 $CC_1\perp AC$.

又 $CC_1\cap AC=C$,所以 $AC\perp$ 平面 BCC_1B_1 ,从而有 $DF\perp$ 平面 BCC_1B_1 , $\cdots \cdots 10$ 分

因为 $DF=\frac{1}{2}$, $B_1C_1=BC=\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$, $\cdots \cdots 11$ 分

所以 $V_{DB_1C_1}=V_{D-CB_1C_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle CB_1C_1}\times DF=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. $\cdots \cdots 12$ 分



评分细则:

(1)第(1)问中,也可以用面面平行推出线面平行的方法证明,不管用哪种方法,证出得 5 分;

(2)第(2)问中,作出高可以得 2 分,求出底面面积得 2 分,计算出体积得满分;

(3)也可用分割法,沿平面 C_1CD 分割出一个三棱柱,所求四面体的体积为新三棱柱的体积的 $\frac{1}{3}$,求出体积也可以得满分.

20. 解:(1)将 $P(a,4)$ 代入抛物线的方程 $y^2=2px$,得 $a=\frac{8}{p}$,所以 $P(\frac{8}{p},4)$, $\cdots \cdots 1$ 分

因为 $|PF|=5$,所以 $\frac{8}{p}+\frac{p}{2}=5$,整理得 $p^2-10p+16=0$, $\cdots \cdots 3$ 分

解得 $p=2$ 或 $p=8$,

当 $p=2$ 时, $P(4,4)$, 满足 $|OP|>5$; 当 $p=8$ 时, $P(1,4)$, $|OP|<5$, 4 分
 所以抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$ 5 分
 (2) 因为 l 的方程为 $x=y+1$, 代入 $C: y^2=4x$, 得 $y^2-4y-4=0$ 6 分
 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $y_1+y_2=4$, $y_1y_2=-4$, 故 AB 的中点为 $D(3, 2)$, $|AB|=\sqrt{1^2+1}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=8$ 8 分
 又因为 l' 的斜率为 -1 , 所以 l' 的方程为 $y-2=-(x-3)$ 即 $x=-y+5$.
 将上式代入 $C: y^2=4x$, 并整理得 $y^2+4y-20=0$ 10 分
 设 $M(x_3, y_3)$, $N(x_4, y_4)$, 则 $y_3+y_4=-4$, $y_3y_4=-20$,
 故 $|MN|=\sqrt{(-1)^2+1}\sqrt{(y_3+y_4)^2-4y_3y_4}=8\sqrt{3}$ 11 分
 所以四边形 $AMBN$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|MN|=\frac{1}{2}\times 8\times 8\sqrt{3}=32\sqrt{3}$ 12 分
 评分细则:

- (1) 第(1)问, 只要算出 $a=\frac{8}{p}$ 得 1 分, 列出 $\frac{8}{p}+\frac{p}{2}=5$ 又得 1 分, 第(1)问求出 $p=2$ 或 $p=8$ 没有舍去其中一个不符合条件的扣 1 分, 本问全部正确解完共得 5 分;
 (2) 第(2)问, 不管是设 $l: x=my+1$, 还是 $l: y=k(x-1)$ ($k\neq 0$), 只要是对 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 写出了韦达定理得 2 分, 对 $M(x_3, y_3)$, $N(x_4, y_4)$ 同样正确写出韦达定理又得 2 分;
 (3) 若用其他解法, 参照评分标准踩点给分.

21. 解: (1) 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x)=x-(a+2)+\frac{2a}{x}=\frac{(x-a)(x-2)}{x}$ 2 分
 ① 当 $a\leq 2$ 时, 因为 $x\geq 2\geq a$, $f'(x)\geq 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[2, e^2]$ 上为增函数, $f(x)_{\min}=f(2)=2a\ln 2-2a-4$;
 3 分
 ② 当 $2<a<e^2$ 时, $f(x)$ 在 $[2, a]$ 上为减函数, 在 $[a, e^2]$ 上为增函数, $f(x)_{\min}=f(a)=2a\ln a-2-2a-\frac{1}{2}a^2$;
 4 分
 ③ 当 $a\geq e^2$ 时, $f(x)$ 在 $[2, e^2]$ 上为减函数, $f(x)_{\min}=f(e^2)=(4-e^2)a+\frac{1}{2}e^4-2e^2-2$ 5 分
 (2) 当 $a\geq e^2$ 时, 若存在 $x_1\in[2, e^2]$, 使得对任意的 $x_2\in[0, +\infty)$ 都有 $f(x_1)\leq g(x_2)$ 恒成立,
 则 $f(x)_{\min}\leq g(x)_{\min}$ 6 分
 由(1)知, 当 $a\geq e^2$ 时, $f(x)_{\min}=f(e^2)=(4-e^2)a+\frac{1}{2}e^4-2e^2-2$.
 因为 $g'(x)=e^x-2x$, 令 $h(x)=g'(x)=e^x-2x$, 则 $h'(x)=e^x-2$, 8 分
 令 $h'(x)>0$, 得 $x>\ln 2$; 令 $h'(x)<0$, 得 $x<\ln 2$,
 所以 $g'(x)=e^x-2x$ 在 $[0, \ln 2]$ 上单调递减, 在 $[\ln 2, +\infty)$ 上单调递增, $g'(x)\geq g'(\ln 2)=2-2\ln 2>0$, 所以 $g(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增. 10 分
 所以 $g(x)_{\min}=g(0)=4a-10e^2-2$, 则 $(4-e^2)a+\frac{1}{2}e^4-2e^2-2\leq 4a-10e^2-2$,
 解得 $a\geq \frac{1}{2}e^2+8$, 又 $a\geq e^2$, $\frac{1}{2}e^2+8>e^2$, 11 分
 所以 $a\geq \frac{1}{2}e^2+8$, 即实数 a 的取值范围是 $[\frac{1}{2}e^2+8, +\infty)$ 12 分
 评分细则:

- (1) 没有给出定义域为 $(0, +\infty)$ 扣 1 分, 如果求导后的式子正确, 没有进行因式分解可不扣分, 后面的分类讨论每缺少一种分类情况扣 1 分;
 (2) 解题过程中没有写出单调区间, 但是能够利用数形结合得出正确答案不扣分, 分类讨论每缺少一种分类情况扣 1 分;
 (3) 其他解法答案正确, 相应给分.

22. 解: (1) 将 $\begin{cases} x=2\cos \alpha, \\ y=\sin \alpha \end{cases}$ 消去参数, 得曲线 C_1 的直角坐标方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$, 2 分

将 $\rho \sin(\frac{\pi}{6} - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 展开整理得, $\rho \cos \theta - \sqrt{3} \rho \sin \theta = \sqrt{3}$, 4 分

因为 $x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$,

所以曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x - \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$ 5 分

(2)由(1)知曲线 C_2 是过定点 $(\sqrt{3}, 0)$ 的直线,因为点 $(\sqrt{3}, 0)$ 在曲线 C_1 的内部,所以曲线 C_1 与曲线 C_2 相交. 6 分

将 $x = \sqrt{3}y + \sqrt{3}$ 代入 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 并整理得, $7y^2 + 6y - 1 = 0$, 8 分

设曲线 C_1, C_2 的两交点为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $y_1 + y_2 = -\frac{6}{7}, y_1 \cdot y_2 = -\frac{1}{7}$, 9 分

故曲线 C_1, C_2 两交点间的距离 $|AB| = \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 \cdot y_2} = \frac{16}{7}$ 10 分

评分细则:

(1)第(1)问的答案中,对于“ $\rho \sin(\frac{\pi}{6} - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ”的整理,若与参考答案不一致,但正确且“ $x - \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$ ”该方程未出错,仍然得满步骤分;

(2)第(2)问的答案中,第一步,若未解释原因,只说明相交关系,扣 1 分.

23. 解:(1)当 $a = 1$ 时, $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$, 原不等式可化为 $2|x + 2| + |x - 1| \geq 4$, ① 1 分

当 $x \leq -2$ 时, 不等式①可化为 $-2x - 4 - x + 1 \geq 4$, 解得 $x \leq -\frac{7}{3}$, 此时 $x \leq -\frac{7}{3}$; 2 分

当 $-2 < x < 1$ 时, 不等式①可化为 $2x + 4 - x + 1 \geq 4$, 解得 $x \geq -1$, 此时 $-1 \leq x < 1$; 3 分

当 $x \geq 1$ 时, 不等式①可化为 $2x + 4 + x - 1 \geq 4$, 解得 $x \geq \frac{1}{3}$, 此时 $x \geq 1$, 4 分

综上, 原不等式的解集为 $(-\infty, -\frac{7}{3}] \cup [-1, +\infty)$ 5 分

(2)由题意得, $f(x) = |x + 2a| + |x - a| \geq |(x + 2a) - (x - a)| = 3a$, 7 分

因为 $f(x)$ 的最小值为 t , 所以 $t = 3a$, 由 $3a + 3b = 3$, 得 $a + b = 1$, 8 分

所以 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = (\frac{1}{a} + \frac{2}{b}) \cdot (a + b) = 3 + \frac{b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 3 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{2a}{b}} = 3 + 2\sqrt{2}$, 9 分

当且仅当 $\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$, 即 $a = \sqrt{2} - 1, b = 2 - \sqrt{2}$ 时, $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$ 10 分

评分细则:

(1)分类讨论不分先后顺序,每答对一种情况得 1 分,最终的答案未写成解集形式,不扣分;

(2)在第(2)问中,不管用哪种方法,计算出 $f(x)_{\min} = 3a$, 都可得到该步骤分 2 分,算出了 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$, 未写出等号成立的条件,扣 1 分.